

Problema 1 (2 puntos)

Un canal está caracterizado por la siguiente matriz de probabilidades de transición:

$$X \begin{matrix} & \text{Y} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 & 1/3 & 1/6 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- 1) Calcula la Capacidad de Canal

Problema 2 (8 puntos)

Hace unos meses Aldous terminó la valoración confidencial de un proyecto docente. Para notificar su resultado a Simón utilizó el último mecanismo de seguridad por e-mail que tenían acordado, el cual es como sigue:

A) Permutar el mensaje con la matriz (6 4 2 1 3 5 12 10 8 7 9 11...) y luego codificarlo con un compresor ARI de extensión variable. Para ello se fija un intervalo mínimo de compresión, igual a 0.0000024, y se aumenta un orden si el intervalo a codificar es superior o igual a este valor. Una vez encontrada la extensión, elegir un número de ese intervalo con la precisión mínima necesaria y enviarlo sin el 0 ni el punto.

C) Tal como sucede en PGP enviar el mensaje, encriptado con un algoritmo simétrico, y concatenar la clave de sesión de ese algoritmo, encriptada de forma asimétrica. En este caso el cifrado síncrono simétrico realiza la suma módulo 10 dígito a dígito de la salida del compresor con una secuencia pseudo-aleatoria S₃ de dígitos decimales. La clave de sesión x₃₀ es el número necesario para la inicialización del generador S₃ y se envía cifrado con un RSA. Para generar S₃ mezclan 2 secuencias S₁ y S₂, de forma que un valor x_{3n} de S₃ mod p pertenece a S₁ y mod q pertenece a S₂. El valor n-ésimo de x_{1n} de S₁ es a₁·x_{1n-1} mod p y el de S₂ es a₂·x_{2n-1} mod q, con n=1, p y q primos, a₁ y a₂ raíces primitivas en Z_p y Z_q respectivamente. La secuencia S₃ es la concatenación de todos los x₃ generados.

- 1) (0.5 puntos) ¿Cuál es el periodo de S₁ y S₂?
- 2) (0.5 puntos) ¿Cuál es el número de inicializaciones posibles para generar S₃?
- 3) (1 punto) ¿Cuál es el periodo de S₃?, ¿es el máximo posible?, ¿el número 1 está en S₃?

Si se ha recibido el criptograma **3897 21352824628** (clave de sesión cifrada | | mensaje cifrado):

- 4) (2 puntos) Encuentra la clave de sesión x₃₀
- 5) (0,25 puntos) ¿Cuál es la extensión mínima y máxima que permite el compresor?
- 6) (1.5 puntos) Calcula el mensaje en claro sin descomprimir
- 7) (2 puntos) Encuentra el mensaje descomprimido
- 8) (0,25 puntos) Encuentra el mensaje enviado

DATOS: En el compresor ARI los símbolos están ordenados alfabéticamente:

x _i	p(x _i)	F(x _i)
A	1/13	1/13=0.07692...
B	1/182	15/182=0.082...
C	1/182	8/91=0.08791...
D	1/182	17/182=0.093...
E	1/13	31/182=0.170...
F	1/182	16/91=0.1758...
G	1/182	33/182=0.181...
H	1/182	17/91=0.1868...

I	1/13	24/91=0.2637...
J	1/182	7/26=0.26923...
K	1/182	25/91=0.2747...
L	1/182	51/182=0.280...
M	1/182	2/7=0.285714...
N	1/182	53/182=0.291...
O	1/13	67/182=0.368...
P	1/182	34/91=0.3736...
Q	1/182	69/182=0.379...

R	1/182	5/13=0.3846...
S	1/13	6/13=0.4615...
T	1/13	7/13=0.5384...
U	1/13	8/13=0,6153...
V	1/13	9/13=0.6923...
W	1/13	10/13=0.769...
X	1/13	11/13=0.846...
Y	1/13	12/13=0.923...
Z	1/13	1

RSA: e=9301963, p=4591 y q=6229, n=pq, φ(n)=mcm(p-1,q-1)=1588140

S₁ y S₂: p=4591 y q=6229, a₁=4136 y a₂=3787

Las secuencias de salida del compresor y del generador siempre comienzan por el dígito de mayor peso

Para el apartado 7) utilizar el mensaje **46945026419** si no se encontró el del apartado 6)