SOLUCIÓN DEL TEST DE TRANSMISIÓN DE DATOS DEL 28-6-01

1) a)

$$\Delta_v \approx \frac{1}{L_e \cdot R_y(0)} = \frac{1}{3\cdot \frac{1.1}{3}} = \frac{1}{1.1} = 0.90909$$

$$R_y(0) = \frac{0.3^2 + 0.1^2 + 1^2}{3} = \frac{1.1}{3}$$

$$c^{(n+1)} = c^n - \Delta \cdot y_n^* \cdot e(n)$$

$$\left.\begin{array}{l} z(n) = y(n) = -0.1 \\ a(n) = 1 \end{array}\right\} e(n) = z(n) - a(n) = -1.1$$

$$c^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 0.90909 \cdot \begin{pmatrix} 0.3 \\ -0.1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (-1.1) = \begin{pmatrix} 0.299 \\ 0.909 \\ 0.999 \end{pmatrix} \to c^1 \approx \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$c^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{1.1} \cdot \begin{pmatrix} 0.3 \\ -0.1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (-1.1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.3 \\ -0.1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2) a)

$$W_{DB} = \left.\frac{1+a}{2T}\right|_{a=0} = \frac{1}{2T}$$

$$\left.\begin{array}{l} W_{QAM} = 2 \cdot W_{PAM} = \frac{1}{T} \\ W_{QAM} = 4000 \end{array}\right\} \quad v_m = \frac{1}{T} = 4000 \text{ baudios}$$

$$v_t \le c = W \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right) = 4000 \cdot \underbrace{\log_2(1+63)}_{2^6} = 4000 \cdot 6 = 24000 \to v_t \le 24\text{Kbps}$$

$$v_t = v_m \cdot q = 4000 \cdot 4 = 16\text{Kbps} \to A = 16 \to q = \log_2(2^4) = 4 \frac{\text{bits}}{\text{símbolo}}$$

3) c)

$$n = 7$$

$$d_{min} = 7 \to e = \left\lfloor \frac{d_{min} - 1}{2} \right\rfloor = 3$$

$$\text{e-perfecto} \to 2^r = 1 + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3}$$

$$2^r = 1 + n + \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} + \frac{n!}{3! \cdot (n-3)!}$$

$$2^r = 1 + 7 + \frac{42}{2} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 1 + 7 + 21 + 35$$

$$2^r = 64 \Rightarrow r = 6 \Rightarrow k = n - 6 = 1$$

a) $k = 1$

c) $X \Rightarrow 2^k = 2$ mensajes usuario $\rightarrow \{0,1\}$

b) $P_E \approx \binom{n}{e+1} \cdot p^{(e+1)} = \binom{7}{4} \cdot p^4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot p^4 = 35 \cdot 10^{-8}$

4) c)

$\begin{pmatrix} * \\ * \\ * \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, la terna que falta.

Hamming $\Rightarrow e = 1 \Rightarrow$ H tiene las 7 columnas diferentes

Hamming $\rightarrow$ 1- perfecto $\rightarrow \begin{matrix} d_{min} = 2e+1 = 3 \\ r = d_{min} - 1 = 2 \end{matrix} \Rightarrow$ siempre puede corregir 2 borrados

$s = z \cdot H^T = 000$

a)

$$s = z \cdot H^T = (1a0b101) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (1+a+b, 1+a+b, a), \text{ si } \left.\begin{matrix} a = 0 \\ b = 1 \end{matrix}\right\} X = 1001$$

b)

$s = z \cdot H^T = (b, a+b, a+b) \Rightarrow a = b = 0 \Rightarrow X = 0011$

c)

$$s = z \cdot H^T = (1+a+b, a, 1+a+b) = (000) \Rightarrow \left.\begin{matrix} a = 0 \\ b = 1 \end{matrix}\right\} X = 1010$$

5) a)

$Y_1 + Y_2 + Y_3 = Y_4,\ Y_2 + Y_4 = Y_5, Y_2 + Y_3 = Y_6, Y_4 + Y_3 = Y_7$

	Y_0	0	0	0	0	0	0
	Y_{41}	0	0	1	0	1	1
dato $\rightarrow$	Y_2	0	1	0	0	1	0
	Y_5	0	1	1	0	0	1
	Y_6	1	0	0	0	0	1
dato $\rightarrow$	Y_1	1	$\underline{0}$	1	0	1	0
dato $\rightarrow$	Y_3	1	1	0	0	1	1
	Y_7	1	1	1	0	$\underline{0}$	0

$$z = 111010 \Rightarrow \begin{array}{l} 101 \quad \text{se estiman con} \\ 111 \, \text{igual probabilidad} \end{array}$$

6) a)

a)

$$P^n(D) = D^n \cdot P^0(D) \bmod c(D)$$

$$1 = D^6 \cdot D^7 \bmod c(D) = D^{13} \bmod c(D)$$

$$\begin{array}{ll} D^{13} & |\, \underline{c(D)} \\ 1 & \quad Q(D) \end{array} \rightarrow D^{13} = c(D) \cdot Q(D) + 1 \rightarrow D^{13} + 1 = c(D) \cdot Q(D)$$

$$\left(D^{13} + 1\right)^2 = D^{26} + 1 = c^2(D) \cdot Q^2(D)$$

$c(D)$ divide a $D^{26} + 1$

b)

Si $c(D)$ es compatible, $L_{max} = m + 1 = 9$

¿Puede ser el periodo $6 \le L_{max}$?

Ojo, depende de $p^0(D)$.

Pero, precisamente con $p^0(D) = D^7$ (o sea, sólo hay un 1, el resto son 0) estamos en el subgrupo con $L_{mac} = 9$.

c)

Si $c(D)$ es primitivo, $L = 2^m - 1 = 255 \Rightarrow$ No lo puedo afirmar.

7) c)

$$\left.\begin{array}{l} n = 5 \\ k = 2 \end{array}\right\} r = 3 \qquad X \Rightarrow \begin{array}{l} 0 \quad 0 \\ \left.\begin{array}{l} 0 \quad 1 \rightarrow \\ 1 \quad 0 \rightarrow \end{array}\right\} \text{base canónica} \\ 1 \quad 1 \end{array}$$

$G \rightarrow X(D) = 1$ para $(01) \rightarrow D^r \cdot X(D) = D^3 \rightarrow$

$$\begin{array}{ll} D^3 & |\, \underline{D^3 + D + 1} \\ \underline{D^3 + D + 1} & \quad 1 \\ D + 1 & \end{array} \rightarrow Y(D) = D^3 + D + 1 \qquad \begin{array}{cc|ccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & D^3 & & D & 1 \end{array}$$

$X(D) = D$ para $(10) \rightarrow D^r \cdot X(D) = D^4 \rightarrow$

$$\begin{array}{ll} D^4 & |\, \underline{D^3 + D + 1} \\ \underline{D^4 + D^2 + D} & \quad D \\ D^2 + D & \end{array} \rightarrow Y(D) = D^4 + D^2 + D \qquad \begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ D^4 & & D^2 & D & \end{array}$$

$$\Rightarrow G \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (I_K \vdots P) \quad , H^T = \begin{pmatrix} -P \\ \hline I_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Código} \Rightarrow \left.\begin{array}{cc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right\} \oplus = 11101 \Rightarrow \text{Ya se ve, que la Y más verosímil es } 1\underbrace{110}1.$$

$$z = 1abc1$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = b = 1 \\ c = 0 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} b = 1 \\ a + c = 1 \end{array}\right\}$$

- Pero yo sigo:

$d_{min} = 3 \Rightarrow r = d_{min} - 1 = 2$

El código corrige 2 borrones siempre, si fuera e-perfecto, pero no lo dicen. No es de Hamming.

El de Hamming(7,4) es e-perfecto. Pero al recortarlo a un (5,2) (e = 1), pero no es e-perfecto.

- Corrijo esos 2 borrones:

$$s = z \cdot H^T = (1abc1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (1+b, 1+a+c, 1+a) = (000) \Rightarrow \begin{array}{l} b = 1 \\ a = 1 \\ c = 0 \end{array}$$

8) a)

"y(n)" = y(n) - m = (0.7, 2.8, a - 0.4) $\rightarrow$ Hay que quitar la continua, la media.

$$1)\quad (1,-3)*(1,-0.2) = \begin{array}{cccc} & 1 & -0.2 & \\ & & -3 & 0.6 \\ \hline 1 & & -3.2 & 0.6 \end{array} = y_k(n)$$

$$2)\quad (1,-1)*(1,-0.2) = \begin{array}{cccc} & 1 & -0.2 & \\ & & -1 & 0.2 \\ \hline 1 & & -1.2 & 0.2 \end{array} = y_k(n)$$

1) $h(n) = \text{"y(n)"} - y_K(n) = (-0.3, 0.4, a - 1)$

2) $h(n) = \text{"y(n)"} - y_K(n) = (-0.3, -1.6, a - 0.6)$

$$(-0.3)^2 + 0.4^2 + (a-1)^2 = 0.3^2 + 1.6^2 + (a-0.6)^2$$

$$0.09 + 0.16 + a^2 + 1 - 2a = 0.09 + 2.56 + a^2 + 0.36 - 1.2a \Rightarrow -1{,}76 = 0.8a \Rightarrow a = -2.2$$

9) b)

$$c(D) = 04005 = 0\quad 0\quad 0|1\quad 0\quad 0|0\quad 0\quad 0|0\quad 0\quad 0|1\quad 0\quad 1| = 1 + D^2 + D^{11}$$

$$D^{11} \qquad\qquad\qquad D^2 \quad 1$$

$p^0(D) = 1$

salida $= 00100100$

$\downarrow$

siempre se hace XOR con 0.....

10) b)

$$c(D) = 0103 = 0\quad 0\quad 0|0\quad 0\quad 1\ |0\quad 0\quad 0|0\quad 1\quad 1| = 1 + D + D^6$$

$$D^6 \qquad\qquad D\ \ 1$$

$p^0(D) = D^2$

$D^{192} \bmod c(D) = D^{63\cdot 3+3} \bmod c(D) = D^3 \bmod c(D) = D^3$

$L = 2^m - 1 = 2^6 - 1 = 63 \qquad D^3 \mid \underline{D^6 + D + 1}$

$\underline{0} \quad 0$

D^3

11) a)

Hamming $\rightarrow e = 1$

$$p_{\grave{E}}(\text{bloque}) \approx \binom{n}{e+1} \cdot p^{e+1} = \binom{7}{2} \cdot p^2 = 21 \cdot \left(10^{-4}\right)^2 = 21 \cdot 10^{-8}$$

$$p_E(\text{bit}) = \frac{\#\text{bits erroneos}}{\#\text{bits totales}} = \frac{3 \cdot \#\text{bloques erroneos}}{7 \cdot \quad \#\text{bloques totales}} = \frac{3}{7} \cdot p_E(\text{bloque}) = \frac{3}{7} \cdot 21 \cdot 10^{-8} = 9 \cdot 10^{-8}$$

– Hay error residual en el bloque si se producen ≥ 2 errores ≈ 2 errores.

– El decodificador corrige, y como $e = 1$, mete la pata e introduce otro error más $\Rightarrow$ en el bloque residual de usuario hay 3 errores.

12) d)

$$k = 4 \rightarrow \text{Hay } 2^4 = 16 \text{ palabras código } \begin{cases} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_{41} \end{cases}$$

$$u \rightarrow Y_1 \rightarrow \begin{matrix} Y_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \underbrace{Z_4} \end{matrix}$$

- Si fueran linealmente independientes, formarían una base $\rightarrow$ podrían generar el código

- Hay 2^7 palabras Z recibidas posibles, de las cuales sólo 2^4 son Y palabras código

13) d)

Al ser de Hamming, $e=1 \Rightarrow$ Todas las columnas de H han de ser diferentes.

$$H(3*7)=\left(\begin{array}{cccc|ccc}1&0&1&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&1&0\\0&1&1&1&0&0&1\end{array}\right)=\left(-P^T\middle|I_r\right)$$

$$G(7*4)=\left(\begin{array}{cccc|ccc}1&0&0&0&1&1&0\\0&1&0&0&0&1&1\\0&0&1&0&1&1&1\\0&0&0&1&\multicolumn{3}{c}{\underbrace{1\quad 0\quad 1}_{\text{Submatriz de paridad, P}}}\end{array}\right)$$

a) 2 filas de P iguales $\Rightarrow$ 2 columnas de $\begin{cases}P^T \text{iguales} \Rightarrow \text{Imposible}\\ H \text{ iguales}\end{cases}$

b) 2 columnas de P iguales $\Rightarrow$ 2 filas de P^T iguales

c) Imposible, pues está I_r en H $\Rightarrow$ 2 filas de H no son iguales nunca

14) c)

$$\text{a) } p_E=2\cdot\left(1-\frac{1}{A^2}\right)\cdot Q\left[\sqrt{\frac{3}{A^2-1}\cdot\frac{\pi^2}{16}\cdot 10^{1.4}}\right]=1.875\cdot Q[1.76037]=0.19909$$

$$\text{b) } p_E=2\cdot\left(1-\frac{1}{A^2}\right)\cdot Q\left[\sqrt{\frac{3\cdot(1+0.5)}{A^2-1}\cdot 10^{1.4}}\right]=1.5\cdot Q[2.745]=0.017326$$

c) $0.19909 \cong 11.5\cdot 0.017326 \quad ? \; = 0.19925$

$$\frac{0.19909}{0.017326}=11.1908\approx 11.5$$

15) b)

$$\underbrace{\frac{d^2}{\sigma_h^2}}_{\substack{\text{Salida}\\ \text{frontal}}}=\frac{d^2}{\frac{N_O}{2}}=\frac{3}{A^2-1}\cdot(1+\alpha)\cdot\underbrace{\frac{S}{N}}_{\text{entrada frontal}}$$

$\models\!\!\rightarrow$ Si adaptado

Si normalizado

$$ECM=E\{a^2\}\cdot DCM+\frac{\sigma_h^2}{x^2(0)}$$

$$E\{a^2\}=\frac{A^2-1}{3}\cdot d^2=5$$

$$DCM=\frac{\sum_{n\neq 0}x^2(n)}{x^2(0)}=\frac{0.34^2+0.34^2}{1^2}=0.2312$$

N

$$\frac{1}{s_h^2} = \frac{3\cdot(1+1)}{15}\cdot 10 = 4 \Rightarrow s_h^2 = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$\mathrm{ECM} = 5\cdot(0.2312) + \frac{0.25}{1^2} = 1.406$$

16) d)

a)

$\mathrm{A} = 4 \Rightarrow$ salen 4 ramas $\Rightarrow$ OK, es menor a 5.

b)

$\#\mathrm{F_O} = \mathrm{A^M} = 4^6 = 4096$

$\mathrm{M}+1 = 7 \Rightarrow \mathrm{M} = 6$

$\#\mathrm{F_1} = \mathrm{A^{M+1}} = 4^7$

$\#\mathrm{F_1} = \mathrm{A^{M+2}} = 4^8 = 65536 \rightarrow$ OK, es menor a 100000.

c)

$$s_{\mathrm{i}} = \left(\underbrace{\mathrm{a(i), a(i+1), a(i+2), ..., a(i+M)}}_{\text{Hay M+1 valores = 7 valores} \Rightarrow \mathrm{A}^7 = 4^7 = 16384} \right)$$

Toma hasta 16384 valores $\rightarrow$ Falso!

17) c)

duobinario : $\mathrm{y(n) = a(n) + a(n-1)}$

$0 \rightarrow \ -1\ -2\ -2\ -2\ -2\ -1 = \mathrm{y_K(n)}$

$\underbrace{0\ \ -1}_{-1}\underbrace{\ \ -1}_{-2}\underbrace{\ \ -1}_{-2}\underbrace{\ \ -1}_{-2}\underbrace{\ \ -1}_{-2}\underbrace{\ \ 0}_{-1} \Rightarrow$ duobinario

$1 \rightarrow\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1 = \mathrm{y_K(n)}$

$h\mathrm{(n) = y(n) - y_K(n)}$

$0 \rightarrow (0.4+1)^2 + (-0.4+2)^2 + (0.4+2)^2 + (-0.4+2)^2 + (0.4+2)^2 + (-0.4+1)^2$

$= 1.4^2 + 1.6^2 + 2.4^2 + 1.6^2 + 2.4^2 + 0.6^2 = 18.96$

$1 \rightarrow\ (0.4-1)^2 + (-0.4-2)^2 + (0.4-2)^2 + (-0.4-2)^2 + (0.4-2)^2 + (-0.4-1)^2$

$= 0.6^2 + 2.4^2 + 1.6^2 + 2.4^2 + 1.6^2 + 1.4^2 = 18.96$

$\mathrm{MLSE = Min} \sum (\mathrm{y - y_K})^2$

Son igual de verosímiles

18) a)

$$\left.\begin{array}{l} \#\mathrm{F_0} = \mathrm{A^M} \\ \#\mathrm{F_0} = 8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 8 = 2^{\mathrm{M}} \\ \mathrm{M} = 3 \end{array}$$

x(n) tiene $\mathrm{M}+1 = 4$ muestras.

19) a)

$$\overbrace{} = \overbrace{}$$

X1	X2	X3	X4		Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6
0	0	0	0		0	0	0	0	0	0
0	0	0	1		0	0	1	0	1	0
0	0	1	0		0	1	0	1	0	0
0	0	1	1		0	1	1	1	1	0
0	1	0	0		1	0	0	0	1	0
0	1	0	1		1	0	1	0	0	0
0	1	1	0		1	1	0	1	1	0
0	1	1	1		1	1	1	1	0	0
1	0	0	0		0	0	0	1	0	1
1	0	0	1		0	0	1	1	1	1
1	0	1	0		0	1	0	0	0	1
1	0	1	1		0	1	1	0	1	1
1	1	0	0		1	0	0	1	1	1
1	1	0	1		1	0	1	1	0	1
1	1	1	0		1	1	0	0	1	1
1	1	1	1		1	1	1	0	0	1

Vemos por Y_5 e Y_6 que la distancia mínima es 2

20) c)

$$P_{E_{\text{PAM-A}}} = 2\cdot\left(1-\frac{1}{A}\right)\cdot Q\left[\sqrt{\frac{3\cdot(1+\acute{a})}{A^2-1}\cdot\frac{S}{N}}\right]$$

$$P_{E_{\text{QAM-A}}} = 4\cdot\left(1-\frac{1}{\sqrt{A}}\right)\cdot Q\left[\sqrt{\frac{3\cdot(1+\acute{a})}{A'-1}\cdot\frac{S}{N}}\right]$$

$$\left.\begin{aligned} E_{\text{PAM-A}} &= \frac{u_t}{W} = \frac{\log_2(A)\cdot\frac{1}{T}}{\frac{1+a}{2T}} = \frac{2\cdot\log_2(A)}{1+a} \\ E_{\text{QAM-A}'} &= \frac{u_t}{W} = \frac{\log_2(A')\cdot\frac{1}{T}}{\frac{1+a}{T}} = \frac{\log_2(A')}{1+a} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &a \text{ iguales} \\ &\text{E iguales} \\ &\Rightarrow A' = A^2 \end{aligned}$$

$$P_{E_{\text{PAM-A}}} \approx 2\cdot Q\left[\sqrt{\frac{3\cdot(1+\acute{a})}{A^2-1}\cdot\frac{S}{N}}\right]$$

$$P_{E_{\text{QAM-A}}} \approx 4\cdot Q\left[\sqrt{\frac{3\cdot(1+\acute{a})}{A'-1}\cdot\frac{S}{N}}\right]$$

$$P_{E_{\text{QAM}}} = 2\cdot P_{E_{\text{PAM}}}$$